EXAME DE QUALIFICAÇÃO
ELETROMAGNETISMO
Prof. Dr. Carlos Jacinto da Silva
_03/2008

Duração: 5 horas

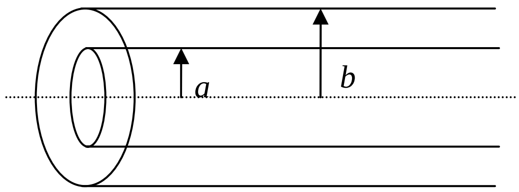
1°) (***2,0 pontos***) Um condutor finito de condutividade uniforme σ e permissividade ε tem uma densidade de carga volumétrica uniforme ρ_o em t = 0. Descreva em detalhes, analisando **E**, **J** e ρ, a evolução temporal do sistema nos casos em que:

(a) o condutor é uma esfera;

(b) o condutor não é uma esfera.

OBS.: Não é necessário apresentar uma expressão fechada para **E**, **J** e ρ, apenas o comportamento deles no tempo.

2°) (***2,0 pontos***) Um cabo coaxial longo carrega uma densidade de carga volumétrica uniforme ρ sobre o cilindro interno de raio *a* e uma densidade de carga superficial uniforme sobre a casca cilíndrica externa de raio *b*. Esta carga na superfície é negativa e com tal magnitude que o cabo inteiro está eletricamente neutro. Encontre o campo elétrico em cada uma das três regiões:



(a) dentro do cilindro interno (r < *a*);

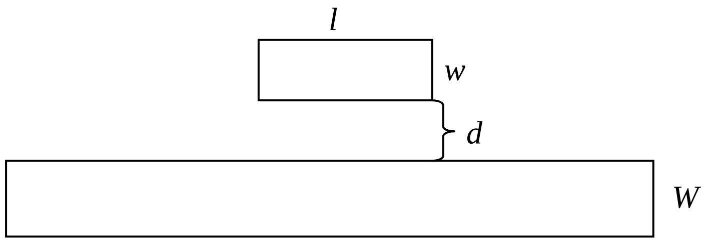
(b) entre os cilindros (*a* < r < *b*);

(c) fora do cabo (r > *b*);

(d) esboce o gráfico de $|E|$ versus r;

(e) encontre a diferença de potencial entre um ponto sobre o eixo e um ponto sobre o cilindro externo.

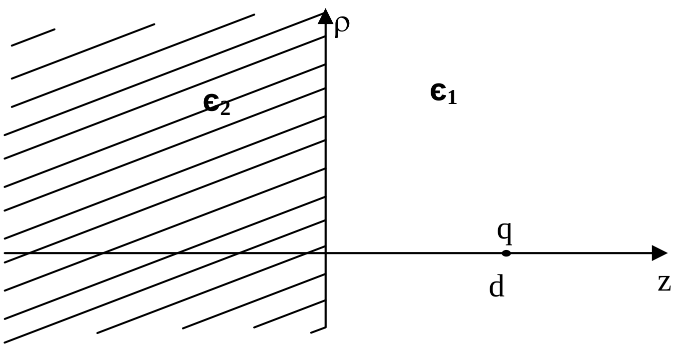
3º) ***(2,5 pontos)*** Considere uma espira retangular de largura *W* e comprimento muito longo. Esta espira é colocada no mesmo plano junto a outra espira retangular de largura *w* e comprimento *l*. Os lados paralelos mais próximos estão separados por uma distância *d* conforme na figura abaixo. Sabendo-se que a indutância mútua entre dois circuitos (M_{12}) é a razão entre o fluxo magnético de um circuito sobre o outro (Φ_{12}) e a corrente que gerou esse fluxo (I_1), ou seja: $M_{12} = \Phi_{12} / I_1 = \Phi_{21} / I_2$, determine a indutância mútua entre as duas espiras.



4º) (***1,0 ponto***) Mostre que a equação $V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int \frac{\rho(\vec{r}\,')}{r} d\tau'$ satisfaz a equação de Poisson $\nabla^2 V = -\frac{\rho(r)}{\varepsilon_o}$.

(OBS.: A seguinte relação pode ser útil $\nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta^3(\vec{r})$; dτ` é o elemento de volume)

5º) (***2,5 pontos***) Dois dielétricos formam uma interface planar como mostra a figura abaixo, com ϵ_1 e ϵ_2 sendo suas constantes dielétricas. Usando coordenadas cilíndricas (ρ,φ,z), a interface deve ser descrita por z = 0. No dielétrico 1 existe uma carga pontual a uma distância z = d. Determine as distribuições de potenciais nos dois dielétricos, ou seja, nos espaços 1 e 2. Este é um problema de potencial para todo o espaço com condições de contorno Dirichlet no infinito, ou seja, $\phi(\rho\to\infty) = 0$. O potencial ϕ é composto de soluções parciais para os espaços z < 0 e z > 0 casados por condições de continuidade em z = 0.



Relações úteis:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}, \qquad \vec{E} = -\nabla V, \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \qquad \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Vetor indução magnética produzido por uma corrente I num fio longo, a uma distância s:

$$\vec{B}(s) = \frac{\mu_o I}{2\pi s}\hat{\varphi}$$

Em coordenadas esféricas temos:

$$\nabla \vec{f} = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r.sen\,\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\varphi}$$

$$\nabla \cdot \vec{f} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 f_r\right) + \frac{1}{r.sen\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(f_\theta .sen\,\theta\right) + \frac{1}{r.sen\,\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(f_\varphi\right)$$

Em coordenadas cilíndricas temos:

$$\nabla \vec{f} = \frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$$

$$\nabla \cdot \vec{f} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho f_\rho\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(f_\varphi\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(f_z\right)$$